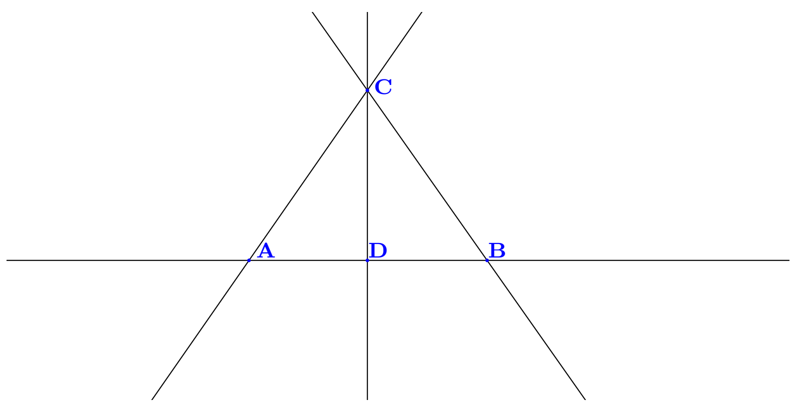
m-syzygijne krzywe płaskie
Popularno-naukowe streszczenie projektu

W projekcie będziemy rozważać konfiguracje krzywych oraz badać ich algebraiczne, geometryczne, i kombinatoryczne własności. Zaczynamy od specjalnego przypadku krzywych, czyli od prostych na płaszczyźnie. Proste te mogą się przecinać wzajemnie w pewnych punktach, część z nich to podwójne punkty przecięcia, czyli takie w których dwie proste się spotykają, część z nich są punktami potrójnymi, i tak dalej. Zbiór wszystkich punktów przecięcia nazywamy zbiorem punktów osobliwych, a zbiór prostych będziemy nazywać konfiguracją prostych.

Z każdą konfiguracją prostych możemy stowarzyszyć pewne obiekty matematyczne, które będą kodowały ich pewne własności. Dla przykładu, z każdą konfiguracją prostych możemy stowarzyszyć jej graf Leviego, który mówi o tym które proste z konfiguracji przecinają się konkretnym punkcie osobliwym. Pod względem samego opisu numerycznego, dla każdej konfiguracji możemy wyznaczyć jej wektor słabej kombinatoryki, tj. ile prostych posiada dana konfiguracja, ile punktów podwójnych przecięcia, etc. W celu zobrazowania, rozpatrzmy następujący przykład.



Powyższa konfiguracja składa się z 4 prostych, oraz posiada 4 punkty przecięcia, tj. A, B, C, D. Zauważmy, że punkty A, B, D to podwójne punkty przecięcia, natomiast punkt C jest potrójnym punktem przecięcia. Wobec tego, z powyższą konfiguracją stowarzyszamy wektor słabej kombinatoryki $(d; t_2, t_3) = (4; 3, 1)$, gdzie d to liczba prostych, a t_i oznacza liczbę i-krotnych punktów przecięcia dla $i \in \{2, 3\}$. Z perspektywy algebraicznej, powyższa konfiguracja jest bardzo ciekawa, bowiem jest to tzw. **konfiguracja wolna**. Warto tutaj podkreślić, że konfiguracje wolne stanowią bardzo istotny przedmiot badań we współczesnej teorii krzywych, głównie ze względu na hipotezę o wolności konfiguracji prostych autorstwa H. Terao. Hipoteza ta mówi, że algebraiczna własność wolności konfiguracji prostych jest zdeterminowana przez jej graf Leviego.

Głównym celem projektu jest zbadanie następującego meta problemu.

Problem: Wyznaczyć te własności algebraiczne/geometryczne krzywych płaskich, które są zdeterminowane przez ich własności kombinatoryczne.

W szczególności, naszym celem będzie wskazanie jak najszerszych klas krzywych płaskich dla których zachodzi numeryczna hipoteza o wolności - w hipotezie tej zastępujemy konfiguracje prostych przez dowolne krzywe płaskie, a grafy Leviego zastępujemy wektorami słabej kombinatoryki.